

Группа $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

Синтез $rk_n(A) = rk A$

Гип M-базиса, если $M \neq 0$
 2) некор. $M = rk A$

Табл 8. Реграмируемые оптим. ф-ции. ф-ция не интегр.

5. Реграмируемые оптим.
 Гип оптимального решения

$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_j + b \leq a_{ij} x_j, \quad i=1, \dots, m$
 $a_{ij} \in R$

или регримируемые оптим.

Реграмируемые оптим. функции & оптимальные

$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$
 $x^T = (x_1, \dots, x_n)$

матрица $A = A^T$ $A = A^T$
 Для матрицы A и вектора b оптим.

Группа $x_1^2 + 4x_1x_3$
 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

или матрица $\neq$ имеет наименьший ранг, ранг матрицы полученных, то квадратичная форма нуль идентифицируемая.

Преобразование квадратичных форм

Пусть $x_e = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ координаты вектора x в базисе e

$$\vec{x} = x_1 e_1 + x_2 e_2 + \dots + x_n e_n$$

$$F(x) = x_e^T A x_e$$

Пусть $e' = (e'_1, \dots, e'_n)$ другой базис

U - матрица перехода

$$[e'_1, \dots, e'_n] = [e_1, \dots, e_n] U$$

$$x_e = U x' \quad x' = \begin{pmatrix} x'_1 \\ \vdots \\ x'_n \end{pmatrix} \text{ координаты вектора } x \text{ в базисе } e'$$

$$f(x) = x'^T A x = (U x')^T A (U x') = x'^T U^T A U x' = x'^T \tilde{A} x'$$

$$\tilde{A} = U^T A U \quad \text{заказ преобразования}$$

Квадратичная форма канонического вида

Она есть сумму $L_1 x_1^2 + \dots + L_n x_n^2$ и/или k квадратов канонического вида:

Метод Лагранжа

связь с каноническим базисом новых координат.

Пример

$$x_1^2 - 4x_1 x_2 = (x_1^2 - 4x_1 x_2 + 4x_2^2) - 4x_2^2 = (x_1 - 2x_2)^2 - 4x_2^2$$

$$\text{Введем } z_1 = x_1 - 2x_2 \quad z_2 = 2x_2$$

$$\text{Получим } z_1^2 - z_2^2$$

В общем случае:

Пусть $a_{ii} \neq 0$

$$f(x) = \sum_{i,j} a_{ij} x_i^2 + 2 \sum_{i,j} a_{ij} x_i x_j =$$

$$= a_{11} x_1^2 + 2 \sum_{j=2}^n a_{1j} x_1 x_j + \sum_{j=2}^n a_{jj} x_j^2 + 2 \sum_{2 \leq i < j \leq n} a_{ij} x_i x_j$$

$$= a_{11} (x_1 + 2x_2 + \dots + 2x_n)^2 - a_{11} \sum_{j=2}^n 4x_j^2 -$$

$$- 2a_{11} \sum_{2 \leq i < j \leq n} 2x_i x_j + \sum_{j=2}^n a_{jj} x_j^2 + 2 \sum_{2 \leq i < j \leq n} a_{ij} x_i x_j =$$

$$= a_{11} \left(\sum_{j=1}^n 2x_j \right)^2 - f_1(x_2, \dots, x_n)$$

f_1 - кв. форма, не завис. от x_1 и др.

Если все $a_{ii} = 0$

Пусть $a_{12} \neq 0$

$$\text{Замени } \begin{matrix} x_1 = x'_1 - x'_2 \\ x_2 = x'_1 - x'_2 \\ x_3 = x'_3 \\ x_4 = x'_4 \end{matrix}$$

Zusammenfassung

Каштан дуб, к которому прилагается 8 орехов, он неоднородно.

§2 Закон универс. корр. факт. Критерий Сильвестра.

78 форма может быть придана к разн. качеств. Звонкам

Trofend

Ранн из формы ик извест при переработке
мелких заливках неслимых.

Они работают
каждый. Везде
лучше, отвлеченных от науки, короче с машинами
везде к себе относятся.

20x30:-

При этом базис векторов A называется
 нормальным базисом, если $A = U^T A U$ и $U^{-1} U = E$.

Так же
не
нужно
уменьшать
на
различных
уровнях
мощности

$$rk_{AB} \leq \min \{rk_A, rk_B\}$$

Путь к парку имеет 3 вида

$$f_1(y_1, \dots, y_n) = y_1^2 + \dots + y_n^2$$

$$f_v(z_1, z_n) = y_1 z_1^2 + \dots + y_k z_k^2$$

$\lambda_i, \mu_i \neq 0$

Dad f, wampye id q.

$$A_1 = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_n & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad \text{rk } A_1 = m$$

Dur t_2 campușu în op

$$A_2 = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad r k A_2 = k$$

$$\begin{matrix} \downarrow \\ V \\ = \\ E \\ \uparrow \end{matrix}$$

В воинских канцеляриях в-о, но в кан-до канцелярии и отпущ.

Теорема (Зански и Фелли)

эти
 могут
 быть
 разл
 канонич
 $f_1(y_1, y_2) = \lambda_1 y_1^2 + \dots$
 $f_2(z_1, z_2) = \mu_1 z_1^2 + \dots$
 тогда
 $\lambda_1, \mu_1 \neq 0$

$$m = k = nk$$

Кан-до наикимт кор-оо и; саргаат с-м наикимт к-оо и;.
(отпу) (отпу)

kor-do:

Sto neopryyey medenue $m=k$.

$$f_1(y) = \delta_1 y^2 + \dots + \delta_{p+1} y^{p+1} - \delta_m y^m$$

$$f_q(z) = \beta_1 z_1^2 + \dots + \beta_q z_q^2 - \beta_{q+1} z_{q+1}^2 - \dots - \beta_m z_m^2$$

$$\begin{pmatrix} + & \gamma & \dots & + & - & \dots & - & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underbrace{}_p & \underbrace{}_{mp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} + & \dots & + & - & \dots & - & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underbrace{}_q & \underbrace{}_{m-q} \end{pmatrix}$$

Пример $e = (e_1 \dots e_n)$ комплекс

if $p > q$.

Покажем, что $\exists$ вектор $x \neq 0$

$$x = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad y_i = 0 \quad i = p+1, \dots, n$$

$$x_j = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ z_{p+1} \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} \quad z_j = 0 \quad j = 1, \dots, p$$

базисные, $x_1 - u x_2$, u - комплексное число $\neq 1$ и e .

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} = u \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

Наоборот из вектор x :

$$y_{p+1} = 0$$

$$y_n = 0$$

$$z_j = u_1 y_1 + \dots + u_n y_n \quad (\text{компоненты равенств})$$

$$u_1 y_1 + \dots + u_n y_n = 0$$

$$u_1 y_1 + \dots + u_n y_n = 0$$

+ y_n из вектор

то квадратная матрица $n \times n$ имеет y_i

$$y_i - i: (n-p) + q < n - \text{число нулей}$$

Потому матрица имеет ненулевые элементы.

Для того вектор x

$$f(x) = f_1(y_1, y_2, \dots, y_n) = L_1 y_1^2 + \dots + L_p y_p^2 > 0$$

$$f(x) = f_2(z_1, z_2, \dots, z_n) = -B_{p+1} z_{p+1}^2 - \dots - B_n z_n^2 < 0$$

$\rightarrow$ противоречие

$$\Rightarrow p = q$$

§3 Критерий Ливермора

Оп. $f(x)$ квадрат. $f(x) = x^T A x$ и A нормальная (симметричная) определенная,
если $\forall x \neq 0 \quad f(x) > 0$ ($f(x) < 0$)
и квадратичная (неопределенная), если $\exists x, y \quad f(x) > 0 \quad f(y) < 0$.

Связь комплексов с квадратом

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$a_{ij} = a_{ji} \quad \text{симметричная!}$$

Рассмотрим матрицу

$$\Delta_1 = a_{11} \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad \Delta_3 = \dots$$

$$\Delta_n = \det A$$

Критерий (Критерий Ливермора) Δ_i по-прежнему

Для того чтобы из квадратной матрицы A получить определенную,
необходимо и достаточно, чтобы все главные миноры
были > 0

$$\Delta_1 > 0 \quad \Delta_2 > 0 \quad \dots$$

Критерий

Для того чтобы из квадратной матрицы A получить определенную,
необходимо и достаточно, чтобы знаки главных миноров чередовались, начиная с $+$.

$$\Delta_1 < 0 \quad \Delta_2 > 0 \quad \dots$$

§4 Поверхности второго порядка

Опр Поверхностью второго порядка называют поверхность в $\mathbb{R}^3$ уравн. $yp=10$

$$\rightarrow a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{13}xz + 2a_{1x} + 2a_{2y} + 2a_{3z} + a_0 = 0$$

В матричной форме $(x \ y \ z) A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 2(a_1 \ a_2 \ a_3) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + a_0 = 0$ где A — матрица 3×3 симметрич. a_1, a_2, a_3 — координаты центра

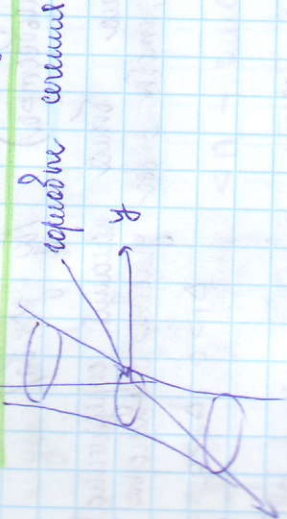
Уравн. 15 видов ПОВ. Заменим их в каноническом виде a_1^2, a_2^2, a_3^2 — полуоси

$$1) \text{ эллипсоид } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



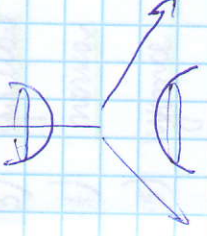
"Корр" — это вид $m=1$ сечения. Каноническое уравнение $m=1$ — эллипсоид

$$2) \text{ гиперболоид сепарации } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

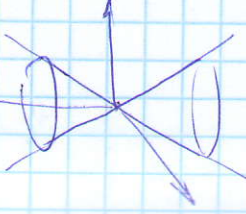


эллипсоид сепарации

$$3) \text{ эллипсоид вращения } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$



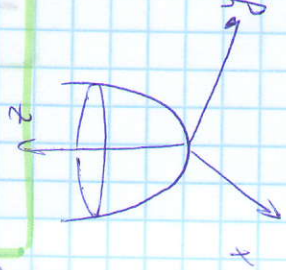
$$4) \text{ конус } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$



Важно! у прямых, пересекающихся в вершинах — образующие. Если $(x_0, y_0, z_0) \in \text{конусу}$, то $(tx_0, ty_0, tz_0) \in \text{конусу}$

Две поверхности, не соприкасающиеся.

$$5) \text{ эллипсоид вращения } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z^2$$

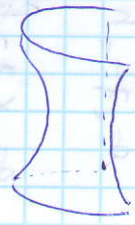


Верхняя и нижняя — это эллипсы

Верхняя и нижняя — это параболы

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z^2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = az^2 \\ y^2 = bz^2 \end{cases}$$

$$6) \text{ гиперболоид вращения (седло) } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z^2$$

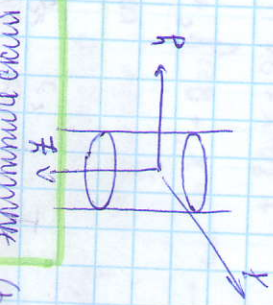


Верхняя и нижняя — это параболы $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z^2$

Верхняя и нижняя — это параболы

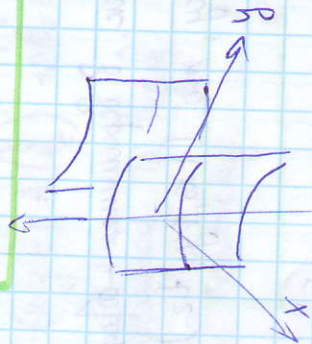
1) нормальное

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



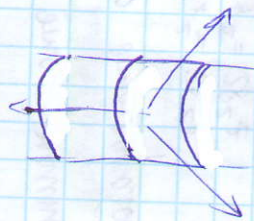
8) гиперболоид

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



9) параболоид

$$y^2 = 2px$$



10) плоскость

плоскость $z = 0$

$$y^2 - k^2 x^2 = 0$$

11) плоскость

$$y^2 - k^2 z^2 = 0$$

12) плоскость

13) плоскость

14) плоскость

15) плоскость

$$y^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = -1$$

$$x^2 + y^2 = -1$$

$$x^2 = -1$$